ВІДГУК

офіційного опонента на дисертацію Величко Тетяни Володимирівни
«Дослідження будови груп, насичених переставними підгрупами»,
подану на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук
за спеціальністю 01.01.06 – алгебра та теорія чисел

Однією з перших природних задач теорії груп є вивчення структури груп, підгрупи яких мають певну властивість. Започаткував цей підхід Р. Дедекінд і разом з роботами Г. Міллера та Х. Морено, О.Ю. Шмідта їх дослідження відіграли важливу роль у становленні не лише теорії скінченних груп, але й усієї теорії груп. Узагальнюючи одержані результати досліджень на нескінченні групи С.М. Черніков, Р. Бер та Ф. Холл заклали фундамент важливої частини теорії нескінченних груп. Однак випадок, коли всі підгрупи є тільки одного типу, зустрічається дуже рідко.

Частіше маємо справу з групами, всі підгрупи яких розбиті на два класи підгруп. Досить типовим тут є розгляд випадків, коли група має тільки два типи підгруп, властивості яких в деякому сенсі є діаметрально протилежними. Першим використав цей підхід А. Фаттахі. Наявність тільки двох типів підгруп, які є антиподами одна до іншої в групі, є досить суттєвим обмеженням, і в багатьох випадках можна отримати повний і докладний опис таких груп.

Переставні підгрупи є одним з природних узагальнень нормальних підгруп. Вивчення властивостей таких підгруп було розпочато досить давно і виявилося дуже плідним (О. Оре, С. Стоунхевер, К. Івасава, Д. Цахер та інші). Однак, усі найбільш значущі результати були отримані в межах теорії скінченних груп. Тому першим питанням при узагальненні цих результатів на нескінченні групи є питання про класи нескінченних груп, в яких такі узагальнення стануть можливими. Природно спочатку розглянути класи груп, які в тому чи іншому сенсі близькі до скінченних. Такими класами груп є клас періодичних FC – груп, клас груп з черніковськими класами спряжених елементів, клас гіперскінченних груп, клас груп з черніковськими силовськими підгрупами та інші.

Іншим природним узагальненням нормальних підгруп є майже нормальні підгрупи. З роботи Б. Неймана 1955 р. було розпочато дослідження впливу майже нормальних підгруп на структуру групи. Дослідження у цьому напрямку проводяться досить активно та вже отримано багато результатів (роботи І.І. Єрьоміна, В.П. Шункова, М.М. Семка, Л.А. Курдаченка, В.Е. Горецького та інші).

Антиподом до нормальних підгруп є абнормальні підгрупи, які вперше з'явились у роботах Ф. Холла та Р. Картера. Цікавим типом підгруп є пронормальні підгрупи, які також були введені Ф. Холлом. Пронормальні підгрупи одночасно об'єднують у собі такі протилежні в деякому сенсі властивості, як нормальні та абнормальні підгрупи Важливими прикладами пронормальних підгруп є силовські підгрупи у скінченних групах, холловські

підгрупи, системні нормалізатори, картеровські підгрупи у скінченних розв'язних групах. Дослідженням пронормальних підгруп та їх узагальнень займалися багато математиків, таких як З.І. Боревич, Д. Робінсон, М.Ф. Кузенний, І.Я. Субботін та інші.

В дисертаційній роботі Т.В. Величко розглянуті нескінченні групи, що мають певну властивість. Для отримання досить повного опису таких груп необхідно ввести певні природні обмеження, оскільки в загальному випадку отримати їх опис майже неможливо. Тому групи розглядаються в межах наступних класів груп: локально скінченних, неперіодичних локально узагальнено радикальних та локально розв'язних груп.

Основні результати дисертації викладені в розділах 2 – 4. Зазначимо найбільш важливі з них.

В розділі 2 та 3 вивчались групи, підгрупи яких або переставні, або пронормальні. Зокрема, була розглянута більш загальна ситуація, коли не всі підгрупи пронормальні або переставні, а лише скінченно породжені.

В розділі 4 були розглянуті групи, що мають лише два типи підгруп: або майже нормальні, або контранормальні. Отримано повний опис локально розв'язних груп з вказаною властивістю. Також у цьому розділі отримано опис локально розв'язних груп, всі підгрупи яких або майже нормальні, або абнормальні.

Результати дисертації нові, обґрунтовані з достатньою повнотою і у своїй сукупності становлять помітний внесок у досліджуваний авторкою розділ теорії груп. Автореферат правильно відображає зміст дисертації.

Основні результати дисертації опубліковано в п'яти наукових статтях, з яких дві – у фахових виданнях, затверджених Міністерством освіти і науки України, а три – у наукових фахових виданнях інших країн, що відображені у наукометричній базі «Scopus». Крім того, результати дисертаційної роботи достатньо добре апробовані. Вони опубліковані у тезах чотирьох міжнародних конференцій та неодноразово доповідались на алгебраїчних семінарах Дніпропетровського національного університету імені Олеся Гончара та на алгебраїчному семінарі Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Результати дисертації можуть бути використані в теоретико-групових дослідженнях, що проводяться в Інституті математики НАН України, Київському національному університеті імені Тараса Шевченка, Львівському національному університеті імені Івана Франка, Прикарпатському національному університеті імені Василя Стефаника та Сумському державному педагогічному університеті імені А.С. Макаренка

Розглядувана робота не позбавлена і деяких недоліків.

1. Літературні джерела, на які є посилання в дисертації, бажано писати мовою оригіналу.
2. На стор. 24, у реченні "Термін "абнормальні групи" вперше був сформульований в роботі Холла в 1937 році", читач може сплутати Філліпа Холла із відомим спеціалістом з теорії груп та комбінаторного аналізу - Маршаллом Холлом.

3. У доведенні наслідку 2.4., на стор. 49., фактор-групу G/L необхідно відділити від $\overline{T}$-групи словом являється.
4. У тексті роботи є ряд механічних помилок: на стор. 24. опущено кінець слова "опублікован", на стор. 25, у реченні "...для будь-якого елементу..." букву "у" потрібно замінити на букву "а", на стор. 36 у слові "простіше" букву "е" потрібно замінити буквою "а", на стор. 39, у тексті леми 1.34, замість "два елемента" потрібно записати "два елементи", а на стор. 46 у реченні "... для довільного елементу..." букву "у" потрібно замінити буквою "а", на стор. 51 у слові "будь-якому" пропущено букву "я", тощо.
5. В дисертації присутні також опечатки. Наприклад, на стор. 26 в означенні абнормальної підгрупи замість «Підгрупа D...» треба писати «Підгрупа H ...».
6. Символ "■" використовують для того, щоб відділити закінчення доведення твердження від основного тексту роботи, тому не потрібно кожне закінчення доведення дублювати реченнями: "Лему доведено" чи "Теорему доведено".

Зрозуміло, що ці недоліки не мають принципового значення та не впливають на наукову цінність дисертації. Вважаю, що дисертаційна робота Величко Тетяни Володимирівни «Дослідження будови груп, насичених переставними підгрупами», подана на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 – алгебра та теорія чисел, відповідає всім вимогам «Порядку присудження наукових ступенів і присвоєння вченого звання старшого наукового співробітника» до кандидатських дисертацій, а її автор Величко Тетяна Володимирівна заслуговує присудження їй наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.01.06 – алгебра та теорія чисел.

Офіційний опонент:
доктор фіз.-мат. наук, професор,
завідувач кафедри диференціальних
рівнянь і прикладної математики
ДВНЗ «Прикарпатський національний
університет імені Василя Стефаника» Р. А. Заторський

Міністерство освіти і науки України * Державний вищий навчальний університет імені Василя Стефаника * Прикарпатський національний і.к. 02125266

ПІДПИС Заторського Р.А. ЗАВІРЯЮ
Начальник відділу кадрів
Державного вищого навчального закладу
Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника
код 02125266
«10» 09 2015 р.